4 GT

Devoir n°9

Géométrie analytique – Équations de droites (2)

/38

1# Les droites suivantes sont-elles parallèles ?

a) $d \equiv 4x+6 = 2y$ et $d' \equiv 2x-y+7=0$

$4x-2y+6=0$

$\frac{4}{2} = \frac{-2}{-1} \neq \frac{6}{7}$ elles sont // non confondues

b) $d \equiv 3y-9x = 15$ et $d' \equiv 6x+10 = 2y$

$-9x+3y-15=0$ $\quad 6x-2y+10=0$

$\frac{6}{-9} = \frac{-2}{3} = \frac{10}{-15}$ elles sont // confondues.

2# Les droites suivantes sont-elles perpendiculaires ?

a) $d \equiv -4x-8 = 6y$ et $d' \equiv 3x-2y+5=0$

$-4x-6y-8=0$

$-4\cdot 3 - 6\cdot(-2) = -12+12=0$ $\quad d \perp d'$

b) $d \equiv y = -2x+3$ et $d' \equiv y = 0{,}5x-9$

$0{,}5 = \frac{-1}{-2}$ $\left(m' = -\frac{1}{m}\right) \to$ ok $d \perp d'$

c) $d \equiv 3y-6x = -11$ et $d' \equiv 4x+7 = -8y$

$-6x+3y+11=0$ $\quad 4x+8y+7=0$

$-6\cdot 4 + 3\cdot 8 = 0$ $\quad d' \perp d$

3# Déterminer l'équation cartésienne implicite des droites suivantes :

a) la droite **a** passant par le point $A(4;3)$ et parallèle à la droite $d \equiv 5x-3y+2=0$.

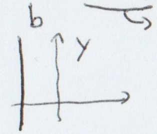
$a \equiv 5x-3y+c=0$

$A \in (4;3) \to 5\cdot 4 - 3\cdot 3 + c = 0 \iff c = -11$ $\quad d \equiv 5x-3y-11=0$

b) la droite **b** passant par le point $B(-7;2)$ et parallèle à l'axe Oy.

$\to x = x_A$

$b \equiv x = -7$



c) la droite **c** passant par le point $C(-2;5)$ et perpendiculaire à la droite $d \equiv -4x+3y-3=0$.

$\vec{u} = \vec{n}$ de $d = \begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix} \to \frac{x+2}{-4} = \frac{y-5}{3} \iff 3x+6 = -4y+20$

$\iff 3x+4y-14=0$

d) la droite **d** passant par le point $D(2;-1)$ et formant un angle de 45° avec l'horizontale.

$\tan 45° = 1 = m$

$y = 1\cdot x + p$

$-1 = 1\cdot 2 + p \iff p = -3$

$d \equiv y = x-3$

4# Déterminer les coordonnées du point d'intersection entre les deux droites suivantes :

$d_1 \equiv 10x-3y+8=0 \quad d_2 \equiv 3x-2y-2=0$

$\begin{cases} 10x-3y+8=0 \\ 3x-2y-2=0 \end{cases} \iff \begin{cases} 10x - 3\left(\frac{3x}{2}-1\right)+8=0 \\ y = \frac{3}{2}x-1 \end{cases}$

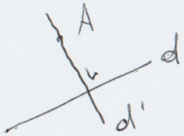
$\iff \begin{cases} 10x - \frac{9x}{2} + 3 + 8 = 0 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} \frac{20x - 9x + 6 + 16}{2} = 0 \\ y = \frac{3}{2}x-1 \end{cases} \iff \begin{cases} 11x + 22 = 0 \iff x = -2 \\ y = \frac{3}{2}\cdot(-2)-1 = -4 \end{cases}$

$P(-2;-4)$ est le point d'intersection recherché.

1

5# Calculer la distance entre le point $A(-2;6)$ et la droite $d \equiv -3x+5y-2=0$.



1) $d' \perp d$ passant par A :

d' a comme vecteur directeur un vecteur normal de la droite d

$\rightarrow \vec{u} = \begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$

$\frac{x+2}{-3} = \frac{y-6}{5} \iff 5x+10 = -3y+18$

$\iff \boxed{5x+3y-8=0}$ équ de d'

2) Calculer $d \cap d'$

$\begin{cases}-3x+5y-2=0\\5x+3y-8=0\end{cases}$

$\iff \begin{cases}x = \frac{5y}{3} - \frac{2}{3}\\5\left(\frac{5y}{3} - \frac{2}{3}\right)+3y-8=0\end{cases}$

$\iff \begin{cases}\frac{25y-10+9y-24}{3}=0\\x = \frac{5y}{3} - \frac{2}{3}\end{cases}$

$\iff \begin{cases}34y-34=0 \iff y=1\\x = \frac{5\cdot 1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1\end{cases}$

$\{B\} = d \cap d'$

$B(1;1)$

3) Calculer $d(A;B) = d(A;d)$

$\sqrt{(-2-1)^2+(6-1)^2} = \sqrt{3^2+5^2}$

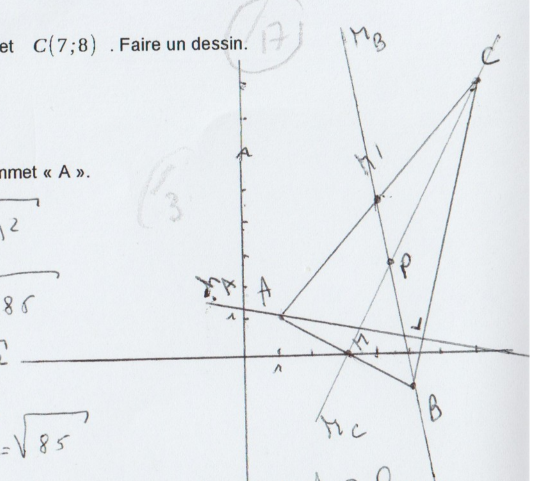
$= \sqrt{34}$

6# On donne les points $A(1;1)$, $B(5;-1)$ et $C(7;8)$. Faire un dessin.

a) Prouver que ABC est un triangle isocèle.

b) Calculer l'intersections des médianes

c) Établir l'équation de la hauteur issue du sommet « A ».



a) $d(A,C) = \sqrt{(7-1)^2+(8-1)^2}$

$= \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$

$d(B,C) = \sqrt{(7-5)^2+(8+1)^2}$

$= \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$

$d(A,C) = d(B,C)$, donc les côtés $[AC]$ et $[BC]$ ont même longueur.

$\rightarrow$ ABC triangle isocèle

b) Chercher l'équation de 2 médianes et calculer leur intersection

• Médiane issue de C : passe par $C(7;8)$ et $M = $ mil $[AB]$

$= \left(\frac{1+5}{2} ; \frac{1-1}{2}\right)$

$= (3;0)$

$\vec{u} = \overrightarrow{MC} = \begin{pmatrix}4\\8\end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$\frac{x-3}{1} = \frac{y-0}{2} \iff 2x-6 = y \iff 2x-y-6=0$ équation de M_C

• Médiane issue de B : passe par $B(5;-1)$ et $M' = $ mil $[AC]$

$= \left(\frac{1+7}{2} , \frac{1+8}{2}\right)$

$= \left(4 , \frac{9}{2}\right)$

$\vec{u} = \overrightarrow{M'B} = \begin{pmatrix}-1\\-\frac{11}{2}\end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix}-2\\-11\end{pmatrix}$

$\frac{x-5}{-2} = \frac{y+1}{-11} \iff 11x-55 = -2y-2$

$\iff 11x+2y-53=0 \rightarrow$ équ. de M_B

$M_C \cap M_B$: $\begin{cases}2x-y-6=0\\11x+2y-53=0\end{cases} \iff \begin{cases}y = 2x-6\\11x+4x-12-53=0\end{cases}$

$\iff \begin{cases}y=2x-6\\15x=65\end{cases} \iff \begin{cases}x = \frac{65}{15} = \frac{13}{3}\\y = 2\cdot\frac{13}{3}-6 = \frac{26-18}{3} = \frac{8}{3}\end{cases}$

$P\left(\frac{13}{3} ; \frac{8}{3}\right)$

c) Équation de h_A

Équation de BC : $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix} \longrightarrow \boxed{\vec{n} \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \end{pmatrix}}$

$$\frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{9} \iff 9x - 45 = 2y + 2$$

$$\iff 9x - 2y - 47 = 0$$

1 vecteur directeur de h_A : $\begin{pmatrix} -9 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $A(1,1) \in h_A$ $\quad /2$

$$h_A \equiv \frac{x-1}{-9} = \frac{y-1}{2}$$

$$\iff 2x - 2 = -9y + 9 \quad /2$$

$$\iff \boxed{2x + 9y - 11 = 0}$$ Équ. cartésienne implicite de h_A.

$/4$